Breve reseña de los conjuntos numéricos

Uno de los conceptos fundamentales de las matemáticas es el número. El concepto de número surgió en la antigüedad, ampliándose y generalizándose con el tiempo. Es decir, a lo largo de la historia se ha ampliado el conjunto de los números hasta llegar a los conjuntos que hoy conocemos y con los que trabajamos habitualmente:

El conjunto $\mathbb{N}$ de los números **naturales**, el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números **enteros**, el conjunto $\mathbb{Q}$ de los números **racionales**, el conjunto $\mathbb{R}$ de los números **reales** y el conjunto $\mathbb{C}$ de los números **complejos**.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \cdots\}$$

En el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales se pueden realizar siempre las operaciones de adición y multiplicación. Sin embargo la sustracción de dos números naturales no siempre es posible, es decir, no siempre el resultado es un número natural. *p.ej.* 7-10 = -3 que no es un número natural. Por esta razón se extiende el conjunto $\mathbb{N}$ con los *números negativos* para obtener el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros.

$$\mathbb{Z} = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \cdots\}$$

De forma análoga, la división de dos números enteros no siempre es posible, es decir, no siempre el resultado es un número entero. *p.ej.* 3/2 = 1,5. Por esta razón se amplía el conjunto $\mathbb{Z}$ con los *números fraccionarios* y así lograr el conjunto $\mathbb{Q}$ de los números racionales. En el conjunto $\mathbb{Q}$ se pueden realizar siempre las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división (excepto por cero).

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

En el conjunto $\mathbb{N}$ está definida la potenciación: $a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n-veces}$

Su operación inversa, la radicación, obliga a una nueva ampliación del conjunto numérico, añadiendo los *números irracionales* (aquellos que <u>no</u> pueden expresarse como una fracción irreducible m/n, donde m y n son enteros y n es distinto de cero). Los números racionales y los números irracionales forman el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales. En el conjunto $\mathbb{R}$ se pueden realizar siempre las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división (excepto por cero) y la potenciación.

Sin embargo, la radicación no se puede efectuar siempre con números reales, ya que no se puede hallar la raíz de índice par de números negativos. Para superar esta dificultad, se vuelve a extender el conjunto numérico con la definición de los *números imaginarios* ($i = \sqrt{-1}$) para obtener el conjunto $\mathbb{C}$ de los números complejos.
Resumiendo:

$$complejos\ \mathbb{C} \begin{cases} reales\ \mathbb{R} \begin{cases} racionales\ \mathbb{Q} \begin{cases} enteros\ \mathbb{Z} \begin{cases} naturales\ \mathbb{N} \\ cero \\ negativos \end{cases} \\ fraccionarios \end{cases} \\ irracionales \end{cases} \\ imaginarios \end{cases}$$

NÚMEROS FRACCIONARIOS

Una fracción es un cociente de números enteros. El número racional m/n indica el cociente exacto de dos números enteros y su expresión decimal puede tener un número de cifras limitado (exactos) o ilimitado (periódicos).

NÚMEROS IRRACIONALES

Son aquellos números que tienen infinitas cifras decimales <u>no</u> periódicas, es decir, no se pueden poner en forma de fracción. Ejemplo de números irracionales son: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 5+\sqrt{7}, \pi = 3{,}141592..., \phi = 1{,}618033..., e = 2{,}718281\ldots$

NÚMEROS IMAGINARIOS

Un número imaginario es un número cuyo cuadrado es negativo $i^2 = -1$. En 1777 a $\sqrt{-1}$ Euler la llamó i.
p.ej. $\sqrt{-49} = 7i$