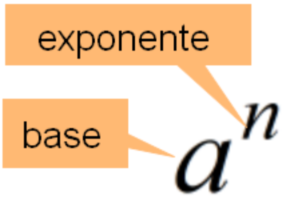
Potencias

La **potenciación** es una operación matemática entre dos números llamados: base a y exponente n. (En un primer momento podemos decir que es una multiplicación abreviada).



Potencia

Se escribe a^n y se lee normalmente como "*a* elevado a *n*" o "potencia n-ésima de *a*".

OBSERVACIONES:
El exponente 2 se lee "*al cuadrado*", y el 3 se lee "*al cubo*".

Exponente natural

Siendo a un número real ($\mathbb{R}$) y el exponente n un número natural ($\mathbb{N}$), éste indica el número de veces que debemos multiplicar la base por sí misma.

$$a^2 = a \cdot a \qquad \text{Por convenio:}$$
$$\ldots \qquad a^1 = a$$
$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-veces} \qquad a^0 = 1,\ si\ a \neq 0$$

Exponente entero

Cuando el exponente es un número entero ($\mathbb{Z}$) n, tenemos:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}} \ ; \ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \ ; \ \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$
$$a \in \mathbb{R} \ \text{y} \ n \in \mathbb{Z},\ siendo\ n > 0 \ \text{y} \ a \neq 0$$

Exponente racional

Siendo m y n números enteros, es decir, m/n un número racional, donde $n > 1$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m \ ; \ a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$
$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \ ; \ a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)$$

SIMPLIFICAR una expresión donde hay potencias de números reales significa cambiarla por otra, donde cada número real aparece sólo una vez. Debemos asumir que los denominadores siempre representan números reales diferentes de cero.

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Sean a, b y c números reales; n y m números enteros

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $$\frac{a^n}{a^m} = \begin{cases} a^{n-m},\ si\ \ n > m \\ a^0,o\ sea\ 1,\ si\ \ n = m \\ \dfrac{1}{a^{m-n}},\ si\ \ n < m \end{cases}$$

3) $\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$, [que es también igual a $(a^m)^n$]

4) $(a \cdot b \cdot c \ldots)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \ldots$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, [y también escribimos $(a:b)^n = a^n : b^n$]

[en **2)** se supone $a \neq 0$, en **5)** se supone $b \neq 0$]

Exponente irracional

Las leyes de los exponentes son ciertas también para exponentes irracionales.

Por ejemplo, 2^π o también $5^{\sqrt{2}}$ que podría ser definido como un número del que se obtiene un valor cada vez más aproximado al sustituir $\sqrt{2}$ por un valor decimal (por lo tanto racional) cada vez más aproximado por defecto o por exceso.

Es decir, las potencias de exponente irracional se calculan mediante una sucesión de intervalos encajados. El error viene determinado por la diferencia entre el valor por exceso y el valor por defecto. Al aumentar el número de cifras del número irracional, el error que se comete es cada vez más pequeño y se aproxima a 0.

Ej. $2^\pi \approx 8.824977827 \ ; \ 3^{\sqrt{2}} \approx 4.728804387$

OBSERVACIONES

Observación	Ejemplos
$(+)^{\text{Par o Impar}} = +$	$3^4 = 81 \ ; \ 4^3 = 64$
$(-)^{\text{Par}} = +$	$(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = +16$
$(-)^{\text{Impar}} = -$	$(-5)^3 = (-5)\cdot(-5)\cdot(-5) = -125$
$+a^{\text{Par o Impar}} = +$	$+2^4 = +16 \ ; \ +2^5 = +32$
$-a^{\text{Par o Impar}} = -$	$-2^4 = -16 \ ; \ -2^5 = -32$

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1 \ ; \ (a \neq 0)$
- $Si\ \ a = 0$ y $n = 0$ tenemos $0^0 \rightarrow$ Indeterminación

⚠ $(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$

⚠ $2^5 - 2^7 + 2^4 = 2^4\left(2 - 2^3 + 1\right) = 16 \cdot (-5) = -80$