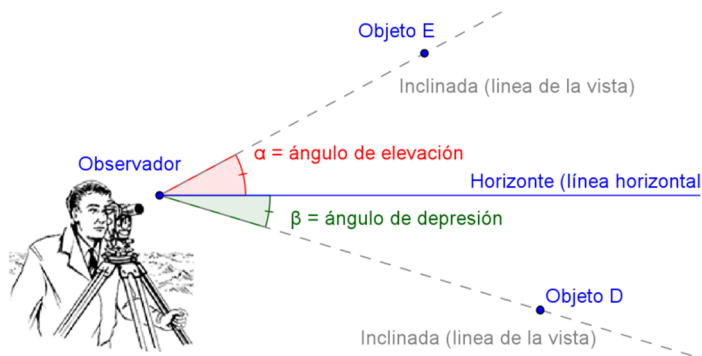


TRIGONOMETRÍA – APLICACIONES

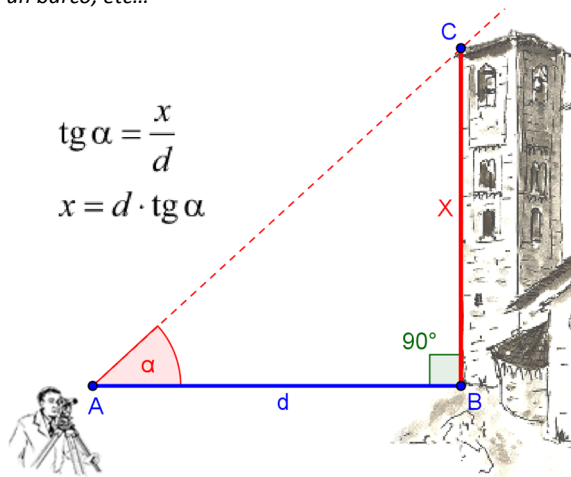


TEODOLITO: instrumento de medición mecánico-óptico que sirve para medir ángulos verticales y horizontales.

Con otras herramientas auxiliares podemos medir distancias y desniveles.

TÉCNICA DE LA OBSERVACIÓN DIRECTA

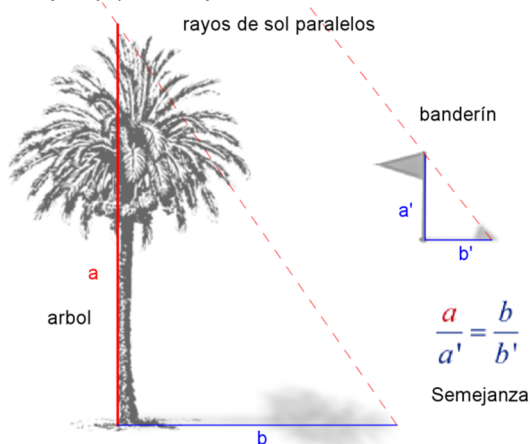
Se utiliza para calcular alturas de objetos de pie accesible como edificios, farolas, árboles, postes de luz y también para calcular distancias entre puntos, uno de ellos inaccesible como anchura de ríos, distancia de la costa a un barco, etc...



La distancia "d" se mide sobre el terreno, porque podemos llegar al pie (punto B). Para saber la amplitud del ángulo " α " utilizamos el teodolito.

CÁLCULO DE LA ALTURA USANDO LA SOMBRA

Podemos averiguar la altura de un objeto midiendo la sombra que proyecta, por semejanza de triángulos. Colocamos un banderín o palo, de altura conocida, y medimos su sombra. A continuación medimos la sombra del objeto y, por semejanza, calculamos su altura.



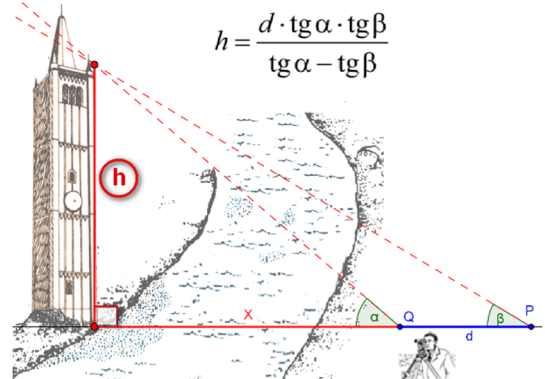
TÉCNICA DE LA DOBLE OBSERVACIÓN

Se utiliza para calcular alturas de objetos de pie inaccesible como montañas, faros, torres eléctricas, altura de globos, objetos en la orilla opuesta de un río, etc...

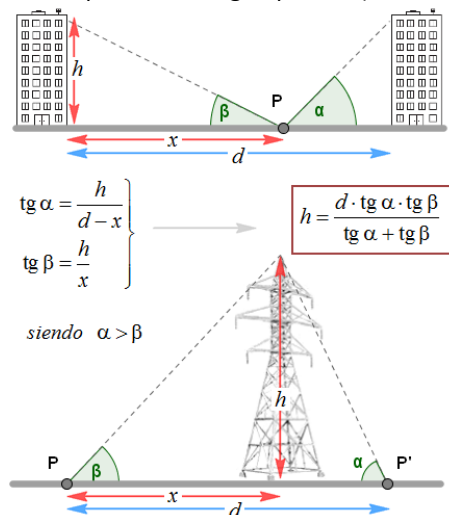
Nos situamos en el punto "P" (en la horizontal del pie inaccesible) y con el teodolito medimos el ángulo " β ". Avanzamos una distancia conocida "d" hasta el punto "Q" y medimos el ángulo " α ". Con estos datos podemos averiguar la altura del objeto sin necesidad de llegar hasta el pie de éste.

En los dos casos que siguen suponemos que $\alpha > \beta$ y resolviendo el sistema planteado, tenemos las siguientes fórmulas

- Realizando las dos observaciones desde el mismo lado:

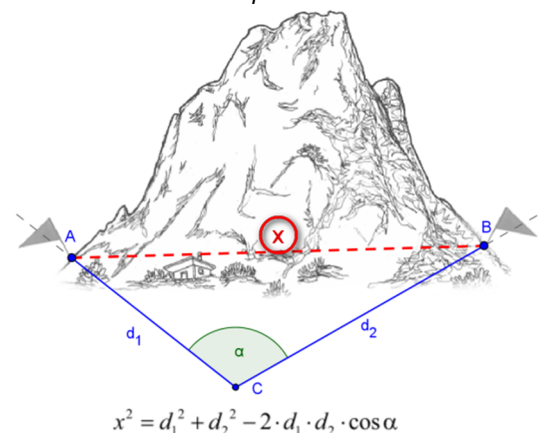


- Realizando las observaciones desde lados opuestos (es la misma fórmula pero con el signo positivo):



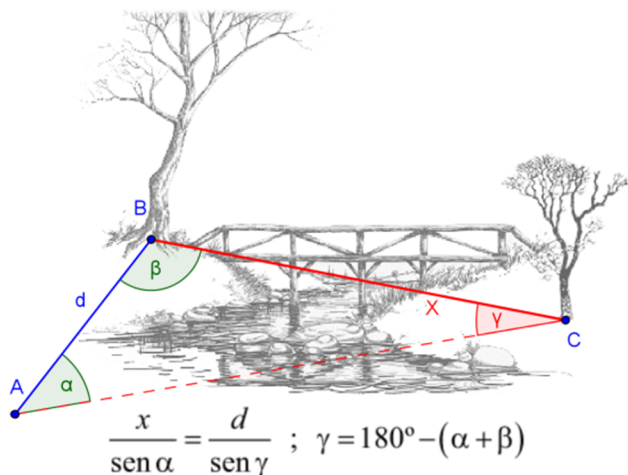
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS ACCESIBLES SEPARADOS POR UN OBSTÁCULO

Con un teodolito situado en C determinamos la amplitud del ángulo α , y como los puntos A y B son accesibles medimos estas distancias. Luego **conocemos dos lados y el ángulo entre ellos**. La distancia x la calculamos aplicando el teorema del coseno.



DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS, UNO DE ELLOS INACCESIBLE

La distancia "d" se mide directamente sobre el terreno y con el teodolito determinamos las amplitudes de los ángulos α y β . Como se conocen dos ángulos y un lado cualquiera, la distancia x la calculamos aplicando el teorema del seno



DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS INACCESIBLES

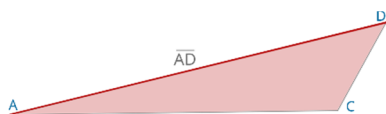
Medimos directamente la distancia "d".

Con el teodolito colocado en C medimos los ángulos α_1 y α_2 .

Con el teodolito colocado en D medimos los ángulos β_1 y β_2 .

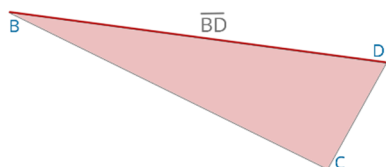
En el triángulo $\triangle ACD$

se calcula $\overline{AD}$



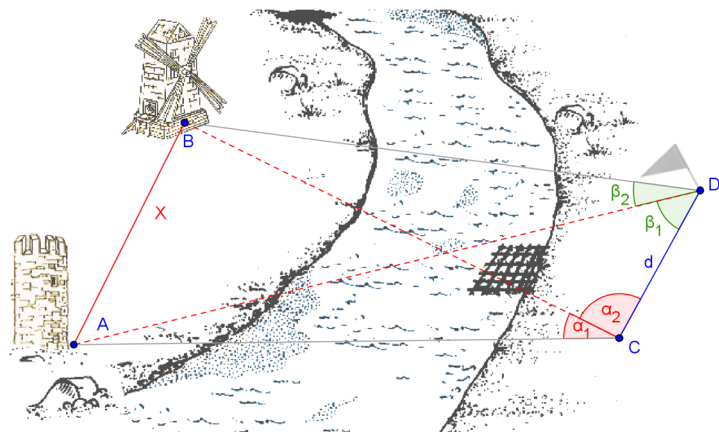
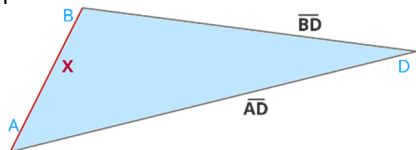
En el triángulo $\triangle BCD$

se calcula $\overline{BD}$



Por tanto, en el triángulo $\triangle ADB$ ahora se conocen

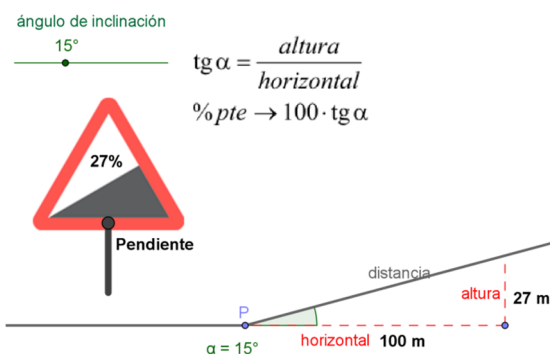
dos lados y el ángulo comprendido pudiendo calcular la distancia x aplicando el teorema del coseno.



$$x^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \cdot \cos \beta_2$$

PENDIENTE DE UNA CARRETERA

Esta señal de tráfico corresponde a la pendiente de una carretera y nos indica que de cada 100 m que recorremos sobre la horizontal subimos (bajamos) 27 m. Matemáticamente esta razón es la tangente del ángulo que forma la carretera con la horizontal. Como es más fácil saber la distancia recorrida, a veces, se usa el seno del ángulo en lugar de la tangente.



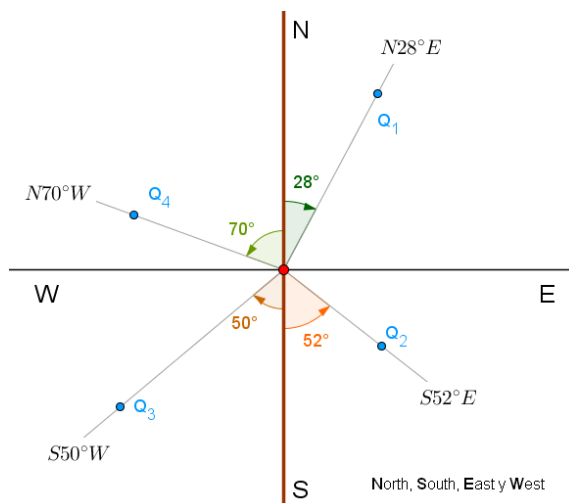
Si empleamos la distancia recorrida para calcular el ángulo, por ser más fácil de averiguar, debemos utilizar el seno, cometiendo un pequeño error por exceso (apreciable a partir de $\alpha > 15^\circ$).

DIRECCIÓN O RUMBO

En ciertos problemas de navegación, la dirección o rumbo (orientación) de un punto P a uno Q se especifica indicando el ángulo agudo que el segmento $\overline{PQ}$ hace con la línea norte-sur que pasa por P. También se especifica si Q se localiza al norte, sur, este u oeste de P.

En el ejemplo, el rumbo de P a Q_1 es 28° al este del norte, y se denota por $N28^\circ E$. También nos referimos a la dirección $N28^\circ E$, que es la dirección de P a Q_1

OBSERVACIÓN: cuando se usa esta notación para rumbos o direcciones, N o S aparecen siempre a la izquierda del ángulo y E u W a la derecha.



En la navegación aérea, direcciones y rumbos se especifican desde el norte en sentido de las manecillas del reloj (en este caso se asigna una medida positiva al ángulo, en lugar de la medida negativa que utilizamos en trigonometría para giros)

