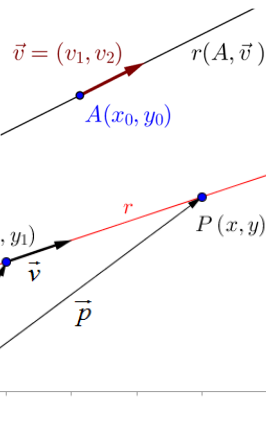


ECUACIONES DE LA RECTA

Si en un plano π nos dan un punto $A(x_0, y_0)$ y un vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$, existe una sola recta que pasa por A y tiene la dirección de $\vec{v}$, simbólicamente escribimos $r(A, \vec{v})$, y se lee "recta que pasa por A y tiene como vector director a $\vec{v}$ "



$$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP}$$

$$\vec{p} = \vec{a} + t \cdot \vec{v}$$

$$(x, y) = (x_0, y_0) + t(v_1, v_2)$$

ECUACIÓN VECTORIAL DE LA RECTA

Realizando las operaciones vectoriales que aparecen en la ecuación anterior, obtenemos las **ECUACIONES PARAMÉTRICAS**

$$\begin{aligned} (x, y) &= (x_0, y_0) + t(v_1, v_2) \\ (x, y) &= (x_0, y_0) + (tv_1, tv_2) \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} x = x_0 + tv_1 \\ y = y_0 + tv_2 \end{cases}$$

Despejando t en las ecuaciones paramétricas e igualando las expresiones se obtiene la **ECUACIÓN CONTINUA** de la recta

$$\begin{cases} x = x_0 + tv_1 \\ y = y_0 + tv_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x - x_0}{v_1} \\ t = \frac{y - y_0}{v_2} \end{cases} \rightarrow \frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2}$$

Transformando la Ecuación Continua, renombrando y ordenando obtenemos la **ECUACIÓN GENERAL** o **IMPLÍCITA** de la recta

$$\begin{aligned} v_2(x - x_0) &= v_1(y - y_0) & A &= v_2 \\ v_2x - v_2x_0 &= v_1y - v_1y_0 & B &= -v_1 \\ v_2x - v_1y + v_1y_0 - v_2x_0 &= 0 & C &= v_1y_0 - v_2x_0 \end{aligned}$$

$$Ax + By + C = 0$$

Además, vemos que: $\vec{v} = (-B, A)$; $m = -\frac{A}{B}$

Despejando "y" de la Ecuación General y renombrando obtenemos la **ECUACIÓN EXPLÍCITA** de la recta

$$\begin{aligned} \frac{Ax}{B} + \frac{By}{B} + \frac{C}{B} &= 0 & m &= -\frac{A}{B} ; m = \frac{v_2}{v_1} \text{ (pendiente)} \\ y &= -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} & b &= -\frac{C}{B} \text{ (ordenada en el origen)} \end{aligned}$$

$$y = mx + b$$

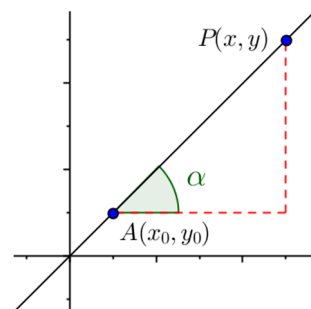
Por trigonometría sabemos que la pendiente de la recta de la figura es la tangente del ángulo que forma con la horizontal, si renombramos y reordenamos la expresión obtenemos la

ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE

$$m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

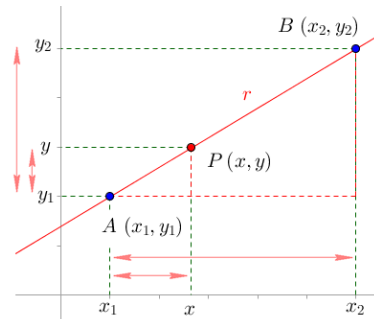


También la podemos obtener a partir de la ecuación continua sin más que multiplicar ambos miembros por v_2

Dados dos puntos, existe una recta y solo una que los contiene. Sabiendo las coordenadas de éstos puntos podemos obtener, por semejanza de triángulos, la

ECUACIÓN DE LA RECTA DEFINIDA POR DOS PUNTOS

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$



También la podemos obtener a partir de uno de ellos y tomar como vector director el vector que determinan los dos puntos

A partir de la ecuación general, podemos escribir lo siguiente para obtener la **ECUACIÓN CANÓNICA** o **SEGMENTARIA** de la recta

$$Ax + By + C = 0$$

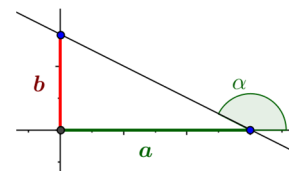
$Ax + By = -C$ Si $C \neq 0$ tenemos

$$\frac{Ax}{-C} + \frac{By}{-C} = 1 \Rightarrow \frac{x}{\frac{-C}{A}} + \frac{y}{\frac{-C}{B}} = 1$$

Si $A \neq 0$ y $B \neq 0$ tenemos

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Siendo a y b los segmentos que intercepta sobre los ejes la recta r



Considerando una recta definida por su distancia p al origen de coordenadas y partiendo de la ecuación segmentaria se deduce la **ECUACIÓN NORMAL DE LA RECTA**

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$$

El término independiente es siempre negativo puesto que p , por ser la longitud de un segmento es siempre positivo.

Paso de la ecuación general a la ecuación normal:

$$Ax + By + C = 0 \rightarrow \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}y + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0$$

En el caso de que el término independiente sea positivo, cambiamos el signo a toda la expresión.

